

AI的突破 离不开数学的强力支撑

丘成桐：中国欲成为数学强国还需奋起直追

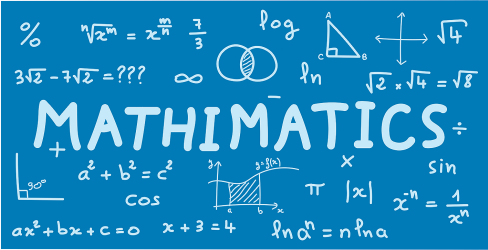


图 1

正在上海举行的第十届世界华人数学家大会传出消息:国际著名数学家、菲尔兹奖得主、世界华人数学家大会主席丘成桐表示,“未来5到10年,中国一定成为数学强国”。

作为基础学科的数学,为何如此重要?伽利略曾说过:“大自然这本书是用数学语言写成的……除非你首先看懂了它的语言……否则这本书是无法读懂的。”数学被广泛认为是一切学科的基础,因为它是逻辑推理的工具、通用的语言 and 创新的源泉,对科学和技术的发展至关重要。

在人类科技萌芽早期,没有数学,就没有牛顿的万有引力和伽利略的三大定律。进入近现代,数学强则国家强成为一条社会发展的铁律。当代科技更与数学密切相关。以当今最热门的人工智能(AI)为例,神经网络这一核心技术,背后离不开大量的数学理论支持。矩阵运算、导数计算等数学工具被广泛应用于神经网络的训练和优化中。概率与统计也是AI中不可或缺的数学领域。

丘成桐之前接受记者采访时曾明确表示,中国要在科技上成为强国,必须掌握科技的根源,也就是基础科学。基础科学多姿多彩,但基础科学中的基础就是数学科学和理论物理。而数学既是物理学的基础,也是一切工程理论的基础。

近年来,我国在基础数学理论创新与应用数学解决国家重大需求等方面取得了不错的成绩。在国际数学领域的重点领域,如基础理论突破、交叉学科融合、计算与人工智能驱动等,再如量子数学、生物数学、医学数学等,均有明显进展。

值得一提的是,本届世界华人数学家大会上的几项大奖,均代表了中国人在世界数学界的一流水平。

纽约大学柯朗数学科学研究所教授、法国高等科学研究所数学学科终身教授王虹,在傅里叶限制猜想、法尔科纳距离集猜想和挂谷集合猜想等难题研究中作出了重要贡献。特别是2025年,她与南开大学的约书亚·扎尔教授合作,在一篇127页的论文中宣布证明了长期悬而未决的挂谷集合猜想。

布朗大学应用数学教授舒其望的研究主要集中于偏微分方程数值解的高精度计算方法的建立与分析,其工作带来的先进数字技术在计算流体力学、半导体器件模拟与计算宇宙学等多个科学与工程领域中具有关键应用价值。

单凡是清华大学丘成桐数学科学中心教授。她的研究领域是几何表示论,尤其专注于双仿射Hecke代数、量子群及范畴化理论,在代数与几何的交叉领域作出了具有影响力的贡献。

然而,颇为遗憾的是,正如丘成桐透露的,“本届大会获奖者中,中国内地的学者仅占1/3”。显然,中国离数学强国地位尚有距离,还需奋起直追。

本届大会上,ICCM数学金奖得主、北京大学北京国际数学研究中心教授袁新意在回答数学青年学者应具备的品质时,精练地概括为两点:“一个是坚韧,另外一个耐心。”他认为,数学乃至所有科学研究,本质上是一个“试错的过程”。

陈省身奖得主、美国宾夕法尼亚大学教授翟立提到,投身数学需要“保持一颗童心”。这种童心,是对世界最原始的好奇,正是这份摒弃功利的热爱,支撑着研究者穿越“顽石般的困难”,在“很多没有路的地方”,自己开辟道路。

丘成桐说,“希望今后几届大会,中国内地获奖的学者比例达到2/3。”这将是数学人才体系完成从“输血”到“造血”的历史性跨越,助力中国走向数学强国。

本报记者 张炯强

邓煜 芝加哥大学数学系教授。他的研究主要聚焦于非线性色散方程与波动方程、流体动力学、调和分析、偏微分方程中的概率方法以及统计物理学。他于2007年至2009年期间曾就读于北京大学,2011年获得麻省理工学院数学学士学位,2015年获得普林斯顿大学数学博士学位。他获得了众多杰出荣誉,包括MCA奖(2025)、斯隆研究奖(2021)、波特·奥格登·雅各布斯奖学金(2015)、威廉·洛厄尔·普特南奖学金(2010),以及国际数学奥林匹克竞赛金牌(2006)。

问:当今数学研究的主要方向是什么?

答:AMS(美国数学学会)的Mathematics Subject Classification列出了60个左右的分支,大致也就是分析/概率、代数/数论、几何/拓扑这几大块。我的工作方向主要在PDE(偏微分方程)上。

简单来说,PDE的研究对象是由多元函数或向量场等(例如空间密度函数或流体的速度场)描述的,满足一定物理规律(如Einstein方程或Schrodinger方程等)的系统。PDE发展到如今,已经能够回答许多经典问题,并对某些简单的方程给出完整刻画。当然未解问题也还有很多。传统的分析视角(基于线性和多线性估计,以及对守恒律与单调律等方程结构的利用)经过一个世纪的发展已经相当完善,但单一视角或许存在其固有的局限性。

问:数学领域还有哪些“未解之谜”?解决它们需要什么样的突破?

答:所谓“未解之谜”还是有很多的。比如克雷(Clay)著名的七大千禧年问题目前就只解决了一个。这里简单介绍一下和分析/概率相关的两个问题。

Navier-Stokes方程的整体适定性:Navier-Stokes方程是流体力学中最基本的方程之一,而其是否对任意光滑初值存在整体光滑解,也是最基本的问题之一。这一问题长期未解决的原因是其“超临界”性,即方程可能在小尺度上产生奇性(比如解在某一点处趋于无穷);而已知的分析工具(能量不等式等)在这类问题上并不能给出足够的估计。

Yang-Mills量子场论的构造:这一问题涉及Yang-Mills场论的量子化的构造及其性质(如mass gap)的证明。从分析和概率角度(存在不同视角如拓扑量子场论,限于篇幅这里不展开),需要构造的是某个无穷维联络空间上,形式上由Yang-Mills泛函定义的概率测度。

问:数学与当今热门技术如AI、量子技术的关系是什么?

答:我简单解释一下数学与AI的关系。我对量子技术了解不多,但如果量子计算能够突破并实用化,或将带来算法和算力的双重飞跃,对数学研究也可能产生深刻的影响。

简单来说,存在着所谓“Math for AI”和“AI for Math”的两个研究方向。前者关注(神经网络等)AI技术的数学基础,本质上在试图回答“为什么神经网络用来近似任意函数能够如此有效”这一问题。就我所知的范围,目前这一方向尚缺少重大的突破性进展,受到的关注也相对较少。

同时,“AI for Math”最近则受到了数学界和AI学界的高度关注。在这方面,近几年的进展大致可分为以下几类:

(1)用AI寻找PDE可能的近似解(profile),并结合区间算术与计算机辅助证明来严格构造方程的特殊解。

『科学之母』数学的热点何在

访第十届世界华人数学家大会数学金奖得主邓煜

(2)用AI进行“数学实验”,从已知结果与数据中寻找规律,并以此为基础寻求已有结果的改进,或进一步总结出一般结论并证明。在此方向,AlphaEvolve团队的论文报告了在不同领域取得的进展。

(3)AI自动证明。目前各主流大语言模型均有一定书写数学证明的能力,各大AI企业也在同时研发专用于数学证明的模型。就目前而言,这些大模型的能力似乎足以解决一般的数学竞赛级别题目,对部分较困难的题目则需依赖更强的算力。

(4)AI自动形式化,即用大模型将自然语言书写的数学证明转化为Lean等形式语言,从而自动验证其正确性。这一目标比起自动证明似乎更简单些,但如能实用化将大大简化数学界的审稿流程。同样地,目前大模型的能力似乎局限于在人类提供部分帮助下,形式化一些篇幅较短的证明(如最近Math Inc.的智能体Gauss成功形式化了素数定理的证明)。

问:基础数学研究与算力、算法的关系?

答:就目前而言,AI(算法和算力)的发展对基础数学的影响仍较为有限。主要原因是,当前AI for Math依然局限于特殊领域的特殊问题(如寻找PDE的近似解)与一般领域的简单问题(最近AI帮助解决了数个Erdos问题,但多数情况下AI所做的仍是文献中发掘已有的证明,而非原创证明)。

随着将来AI算法和算力的进一步发展,当AI工具的能力足以真正在数学研究中发挥一定作用时,基础数学的研究方式亦可能随之改变。

到那时(如果有的话)AI是会作为研究助手还是独立研究者存在,人类数学家又将扮演怎样的角色,目前还不得而知。

问:对于当代青少年来说,数学素养应包含哪些要点?

答:对一般青少年的期望自然与对专业数学家不同,我也非数学教育方面专家,只能从个人角度尝试讨论一些重点。

(1)逻辑:逻辑可谓人类思维中最重要的部分之一,它不仅是数学的基础,也在日常生活与决策中起到重要作用。当然并非生活中所有问题都可简化为逻辑判断,但良好的逻辑素养能使人形成良好的直觉,后者在很多情况下都是有助益的。

(2)统计:在当代乃至近未来,每个人接触到的信息量会越来越大,这就需要从大量信息中总结提取最重要和有用的部分。同样,这里的“统计”未必指向具体理论,而是一种“掌握宏观趋势,而不被微观个例所迷惑”的直觉。

(3)分析:在分析学中,最重要的能力之一是从某个整体的不同部分贡献中分离主要与次要成分。这一点对普通人也有着重要意义:对一件复杂事物,如何抓住起主要作用的因素,并对其进行控制以达到想要的结果。此外,也包括如何分析事物的变化趋势等等。

(4)结构化:相对于分析学,代数学的重点则是“抽象”或“结构化”,即在本质相同的不同事物间建立联系。显然这点在生活中也是相当重要的:其有助于看清不同事物的本质并作出相应的决策。

总之,数学素养不同于数学知识或数学能力,但对数学的了解有助于获得良好的数学素养。以此为该目标该如何对青少年进行教育和培养,尚有待数学教育专家的研究。 本报记者 张炯强



采访对象 供图