

π日 让我们来聊聊数学

AI+教育,思维能力培养仍是关键

话题主持:本报记者 陆梓华 张炯强 马丹

当中国数学家祖冲之在公元5世纪第一次将 π 值精确至小数点后第七位时,一定未曾料想,十几个世纪之后,每年的3月14日都会因这个奇妙的数字,而被命名为“国际数学日”。人们用各种极富创意的方式,庆祝“ π 日”的到来——麻省理工学院选择在一天向新生发送录取通知书,联合国教科文组织甚至为“ π 日”建立了专属网站,并发布2025年度挑战任务——用寻常事物构建数学元素,将数学从课本带入现实。

“ π ”是一块基石,也是一种象征。人们从它的身上窥探理性王国的璀璨光芒,也破解人类文明长河的数学密码。从手机通信的编码奥秘到芯片设计的精密算法,从AI推理的思维链条到教育革新的深层逻辑,人类尝试用这颗智慧明珠拓展自身认知的边界。当人工智能逐渐成为“数字镜子”,数学教育正站在变与不变的十字路口;工具在革新,答案可被生成,但人类追答案的勇气不可替代。

3.14 π π π P_i
 P_i approximation day
July 22 $\pi \approx 3.141592...$

本版图片图

数学有什么用?很多学者都回答过这样的问题,甚至还出版过专门的书籍,说明了数学在自然科学、社会科学、工程技术、日常生活中都无处不在。其中有的应用浅显易懂,有的在时间或空间上距离我们很远。实际上,拿我们每天使用的手机来说,它就包含着各种数学的应用。

手机最重要的功能是通信。通信的基本原理是将各种信号进行编码,然后通过信道发送出去或接收过来,信道中能通过的信号是有上限的。土耳其教授 Erdal Arıkan 发明了一种被称为极化码的编码方式,2008年又从数学上严格证明了极化码是能够达到信道上限的编码方式,为产业技术发展指明了方向。经过华为等数十家企业数年的努力,数学理论成果变成了5G的行业标准。

作为手机中最核心的元件,芯片的设计、制造、封装等每一步都有很多数学问题。例如工程师在设计新的芯片时使用的工具叫EDA(电子设计自动化)软件。EDA软件大致由内核、功能、界面等构成,其内核几乎全是数学及相关的算法。这些数学算法对芯片上的线路进行布局布线优化,使得在更小的面积上集成更多的元器件;对电磁热力等各种效应进行分析,使得信号在从一个器件到达另一个器件的时间延迟较短,使得芯片不会局部过热或变形,等等。最近几年来,我国在EDA软件开发方面取得了长足进步,也给数学界带来了更多新的有趣的具有挑战性的数学问题。

人们在选择手机时,也越来越看重手机的拍照功能。摄像头的像素数量是照片质量的重要因素,但在很多情况下,例如光线过强或不足、拍照时手的抖动等,拍摄所得到的照片质量可能很差,这时候就需要对照片进行处理,例如补光、去噪等。这些,都是通过数学算法实现的。一些手机厂商声称,他们手机的照片正是“算”出来的!当然,我们也可以事后采用更专业的照片处理软件,对这些不令人满意的照片进行更细微的处理,这些处理软件背后同样也是数学算法。

算法给我们带来惊喜,有时也难免带来烦恼。你会在手机中不停收到各种推送,它的“幕后推手”就是算法。它会根据我们的各种信息,例如看过什么样的文章、图片、视频,购买过哪些商品等,对我们的行为、兴趣进行分析预测,然后精准地向我们推送各种信息或产品。

随着我国越来越多的各类企业逐渐走到世界前列,在通信、航空、汽车、机械等领域,与世界上最先进的企业展开竞争,甚至实现超越。企业的科技含量与日俱增,数学及数学人才在这些企业里也变得越来越重要。

从GPT到GPTⁿT^m 助力学生思维过程优化

上海市特级教师、中国数学奥林匹克高级教练员、复旦大学附属中学数学教研组长 肖恩利

在2024罗汉堂数字经济年会上,诺奖获得者托马斯·萨金特曾发表过这样一个观点:AI是一面镜子,促使我们反思自身的认知方式和思维模式。

2024年10月,麻省理工学院物理学家 Max Tegmark 及其团队的研究成果“The Geometry of Concepts: Sparse Autoencoder Feature Structure”揭示了从某种尺度上看,大语言模型中居然存在和人类大脑结构一样的脑叶分区!这样的现象和观点都促使我一直在关注大模型在数学推理上的进展,这也是人工智能被视为最有挑战性的一个领域。

AI与数学教育的结合点,到底是在理念上融合,还是技术的落地,又或者是以对方为鉴,助力学生数学思维的发展?作为数学教师,我更关注的是第三个。进一步讲,在AI与数学教育结合的过程中,技术能力的无限提升绕不开的一个问题是:数学教育要培养怎样的人?或者说,AI在解决数学问题中的表现能给我们带来什么启示?

我认为,正是基于人工智能试图模拟人类智能的天然属性,所以AI解决数学的过

程与人类思维过程具有一定的相似性。具体来说,就是数学的教与学,都是基于对智能机制和学习机制的认识和应用而展开的。

从“教数学”的科学性与有效性来看,教师目标是围绕数学知识和逻辑,以教师的专家系统打造学生的“数学运动员”思维。这源于对知识逻辑、学生学习能力及其思维特点的准确建构,通过不断的实践和反馈,构成一套精准有效的方法论和科学的培养体系。从“学数学”的过程性与达成性来看,学生学习的目标在于掌握精准的“肌肉控制能力”和灵活的应变能力,通过全过程的有效参与,实现自然语言和数学语言的融会贯通。

上述观点中,“过程”是一个关键词。大语言模型在数学推理中采用的关键技术——“思维链”,目的是提升大模型在复杂推理任务上的表现,模型在输出最终答案之前,利用中间的推理步骤来增强大模型的推理能力。DeepSeek之所以能被视为一个伟大的作品,我想其中的一个原因就是它能向用户展现 OpenAI o1 没有公开的完整思维过程。

■ 教学要强调“三个怎么”——怎么产生、怎么发展、怎么形成

■ 学生学习要弄清三个“什么”——是什么、为什么、还有什么

这为人们在教数学和学数学的过程中借鉴大模型的思维模式,创造了有利条件。

教师要多关心优化学生的思维过程,注意思维过程的形象性、简捷性、系统性和严密性。支离破碎、杂乱无章的知识不仅难以记忆,更难理解,而深刻理解才是灵活应用和创新的基础。教学要强调“三个怎么”——怎么产生、怎么发展、怎么形成,使学生不仅学到知识,更了解前人创造知识的过程,学会思维,增强能力。学生学习要弄清三个“什么”——是什么、为什么、还有什么,学有思路、学有方法、学有成效。

教师和学生都能从大模型的推理过程中受到启发,对比不同的解决方案的优劣,并且认识到:即使有些方案可能是错误的,它们也是宝贵的学习资源。

因此,如果将“GPT”看作AI技术能力无限提升的典型代表,那么在与数学教育结合的过程中,就需要围绕“人”的因素不断拓展它的内涵:P可关联伙伴(Partner)、耐心(Patient)和潜能(Potential),T则可以是思考(Think)、触动(Touching)与协作(Together)。

■ 面对难题时的坚持与试错,培养了学生的抗挫力,这是AI无法替代的

■ 1—3年级以笔算为主,打好基础,避免过早依赖技术。高年级即使用AI解决了问题,也要让学生解释解题步骤的逻辑

练好数学基本功 使用AI工具应有“度”

上海市特级教师、正高级教师、徐汇区教育学院数学教研员 顾亚龙

几年前有个火出圈的段子说:“别把我逼急了,否则,我什么都做得出!不过,数学除外。”确实,数学给许多人留下“心理阴影”,要用一辈子的时间去求“阴影部分面积”。

在AI技术,尤其是深度求索大模型开源让科技平权、知识平权的当下,这个段子似乎应该改为:“别把我逼急了,否则,我什么都做得出,特别是奥数。”

确实,强大的AI技术让许多数学难题都被“秒杀”。那么,AI时代的中小学数学学习,什么变了?什么没有变?

学习工具变了 历来,数学学习高度依赖纸笔演算、作图。随着AI技术的持续迭代,现在只要通过拍照或输入问题,就能自动生成解题步骤;几何图形能用动画演示其动态变化,代数、几何能转化为动态3D模型,甚至能将抽象的概率问题转化为直观的图表,让抽象的数学可视化。学生能从繁琐的计算中解放出来,思考更高阶的数学问题。

学习目标变了 AI时代,以往那种让学生“会做题、能考试、为升学”的学习目标,正逐步转向为“如何让学生能将现实问题转化为数学问题,进行数学建模?”“如何练就学

生数学的头脑和眼光?”“如何养成适应未来社会发展和个人终身发展的能力?”……数学教育的价值取向正在从“知识为本”转向“以人为本”。

学习方式也变了 AI的自适应学习平台可实时分析学生答题数据,反馈错误原因,并根据学生水平动态调整题目难度,精准推送习题,在技术上实现大规模因材施教。

但是,我认为,数学学习的核心并未改变。无论工具如何更新迭代,数学发展“抽象、推理、建模”能力的价值取向不变。数学是思维的“体操”。为思维而教,为未来而学,是数学学习的核心追求。AI可以生成答案,但无法替代人类对“为什么正确”的追问。

另一方面,虽然AI能快速计算,但学生必备的基础知识、运算能力、几何直观不可或缺。事实上,过度依赖AI的学生,在解决复杂应用题时错误率偏高。因为,“基础不牢,地动山摇”。数学的魅力在于对未知的求索,在于问题解决后精神上的愉悦与满足,这正是对人的本质力量的自我观照,是学习动力的根本来源。面对难题时的坚持与试错,培养了学生的抗挫力,这是AI无法

替代的。事实上,过度使用解题App的学生,在遇到陌生题型时往往会选择放弃。

要在这些“变”与“不变”中找到平衡,就必须要注意工具的使用“度”。AI是辅助而非替代。在小学阶段,尤其是在低年级,要适度限制AI工具的使用:1—3年级以笔算为主,打好基础,避免过早依赖技术。高年级即使用AI解决了问题,也要让学生解释解题步骤的逻辑。

更重要的是要在数学教育中,坚守人文精神。数学既有工具性,也有人文性。在形式化了的数学背后,有生动活泼的思维过程和引人深思的人生哲理,更有实事求是、言必有据、服膺真理的理性精神。这对于培养学生客观与理性的品格、坚韧而执着的精神,具有深远的育人价值。这种人文熏陶仅靠AI解题是难以企及的。教育是以品格涵育品格,用精神感染精神,从这个意义上讲,老师无可替代。

AI背景下的数学学习,人机协同是“人+AI”而非“AI+人”。我们既要顺应科技之变,用新技术赋能,又要坚守教育本质:呵护人、发展人、成全人。

生活中的数学:无处不在的算法与影响

复旦大学数学科学学院教授 博士生导师 苏仰锋